

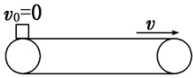
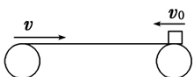
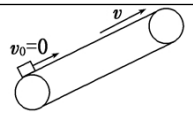
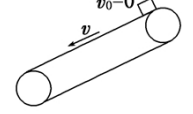
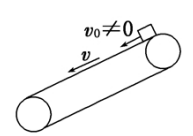
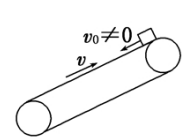
传送带问题的解法探析

黄尚波

(福建省南安市侨光中学, 福建 泉州 362314)

传送带是应用广泛的一种传动装置, 是高中生常遇到的一类物理模型。在传送带问题中由于运动的物体受到的摩擦力会随物体与传送带间速度关系的变化而变化, 进而引起物体运动性质的变化, 使得传送带问题大都具有物理情景模糊、条件隐蔽、过程复杂等特点。因此, 传送带问题既能训练学生的科学思维, 全面考查学生的分析综合能力, 又能联系科学、生产和生活实际, 是很好的能力考查型试题, 成为历年高考考查的热点, 也是广大考生的难点。下面通过对传送带问题进行归类分析, 探析求解传送带问题的基本方法, 以帮助考生突破该难点。

一、两种常见的传送带模型

传送带模型	项目	图示	滑块可能的运动情况 受到传送带的长度、 v_0 与 v 的大小关系及 μ 与 $\tan\theta$ 的大小关系等因素影响(θ 为传送带的倾角)
水平传送带	情景 1		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速
	情景 2		(1) $v_0 > v$ 时, 可能一直减速, 也可能先减速再匀速 (2) $v_0 < v$ 时, 可能一直加速, 也可能先加速再匀速 (2) $v_0 = v$ 时, 一直匀速
	情景 3		(1)传送带较短时, 滑块一直减速到达左端 (2)传送带较长时, 滑块还要被传送带传回右端。其中 $v_0 \geq v$ 返回时速度为 v , 当 $v_0 < v$ 返回时速度为 v_0
倾斜传送带	情景 1		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速
	情景 2		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速 (3)可能先以 a_1 加速后以 a_2 加速($a_1 > a_2$)
	情景 3		(1)可能一直加速($v_0 < v$) (2)可能先加速后匀速($v_0 < v$) (3)可能一直匀速($v_0 \geq v$) (4)可能先以 a_1 加速后以 a_2 加速($v_0 < v$, $a_1 > a_2$) (5)可能一直减速($v_0 > v$) (6)可能先减速后匀速($v_0 > v$)
	情景 4		(1)可能一直加速 (2)可能一直匀速 (3)可能一直减速 (4)可能先减速后反向加速

二、传送带问题的归类分析

1. 水平传送带的动力学问题

【例 1】如图所示，一水平传送装置保持以 $v=4.0 \text{ m/s}$ 的速度顺时针转动，传送带上 ab 两端点的距离为 $L=8.0 \text{ m}$ 。将一袋面粉轻放在传送带左端 a 上，已知这袋面粉与传送带之间的动摩擦因数为 $\mu=0.4$ 。（ $g=10 \text{ m/s}^2$ ）求：



图 1

(1) 这袋面粉由 a 端运送到的 b 端所用的时间为多少？

(2) 由于面粉的渗漏，这袋面粉会在传送带上留下白色痕迹，则该痕迹有多长？

(3) 要想尽快将这袋面粉由 a 端送到 b 端（设初速度仍为零），传送带传送的速度至少应为多大？

【解析】(1) 这袋面粉在与传送带相对滑动的过程中受到摩擦力 $f=\mu mg$ 而做加速运动，其加速度大小为 $a=\frac{f}{m}=\mu g=4.0 \text{ m/s}^2$ ，加速运动的时间 $t_1=\frac{v}{a}=1.0 \text{ s}$ ，加速运动的位移为 $x_1=\frac{1}{2}at_1^2=2.0 \text{ m}<L$ 。其后随传送带一起匀速运动，匀速运动的位移 $x_2=L-x_1=vt_2$ ，解得 $t_2=1.5 \text{ s}$ 。因此总时间为 $t=t_1+t_2=2.5 \text{ s}$ 。

(2) 在面粉袋做匀加速运动过程中，面粉袋运动的速度小于传送带的速度，面粉袋因相对传送带向左滑动而擦出痕迹，此后两者速度相等一起匀速运动，面粉袋相对传送带静止，该过程不再产生新的痕迹。

在面粉袋做匀加速的时间内，传送带传动的距离 $x_{\text{带}}=vt_1=4.0 \text{ m}$ 。面粉袋在传送带上留下痕迹的长度为 $\Delta x=x_2-x_1=2.0 \text{ m}$ 。

(3) 要想时间最短，这袋面粉应一直向 b 端做加速运动。由 $L=\frac{1}{2}at'^2$ 可得 $t'=2.0 \text{ s}$ 。

面粉到达 b 端时的速度 $v'=at'=8.0 \text{ m/s}$ ，该速度即为传送带传送的最小速度。

【点评】求解水平传送带问题的关键在于对物体所受的摩擦力进行正确的分析判断，进而确定物体的运动性质。分析时应注意比较物体与传送带两者速度的大小关系，两者速度不等时必然会存在滑动摩擦力，两者速度相等的时刻就是物体所受摩擦力发生突变的时刻。

2. 倾斜传送带的动力学问题

【例 2】如图 2 所示，传送带与水平面夹角为 $\theta=37^\circ$ ，并以 $v=10 \text{ m/s}$ 运行，在传送带的 A 端轻放一个小滑块，滑块与传送带之间的动摩擦因数 $\mu=0.5$ ，传送带 AB 长 $L=16 \text{ m}$ ， $g=10 \text{ m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$ ，求以下两种情况下滑块从 A 到 B 所用的时间。

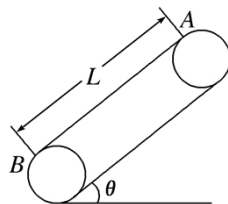


图 2

(1) 传送带顺时针方向转动；

(2) 传送带逆时针方向转动。

【解析】(1) 传送带顺时针方向转动时，滑块相对传送带向下滑动，传送带对滑块的滑动摩擦力沿传送带方向向上，滑块受力如图 3，滑块从 A 到 B 做匀加速运动。由牛顿第二定律得 $mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma$ ，则滑块下滑的加速度为 $a=g \sin \theta - \mu g \cos \theta = 2 \text{ m/s}^2$ 。

又 $L=\frac{1}{2}at^2$ ，故加速的时间为 $t=\sqrt{\frac{2L}{a}}=4 \text{ s}$ 。

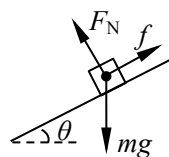


图 3

(2) 传送带逆时针方向转动时，开始时由于滑块运动的速度小于传送带，滑块相对传送带向上滑动，因此滑块受到的滑动摩擦力沿传送带向下。该阶段滑块的受力如图 4(a)，由牛顿第二定律得 $mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta = ma_1$ ，则滑块一开始匀加速下滑的加速度为 $a_1=g \sin \theta + \mu g \cos \theta = 10 \text{ m/s}^2$ 。

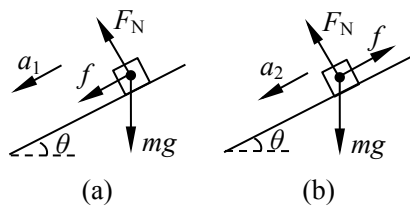


图 4

设经过时间 t_1 滑块加速到传送带速度相等，则该过程的时间

$$t_1 = \frac{v}{a_1} = 1 \text{ s}, \text{ 位移 } x_1 = \frac{v^2}{2a_1} = 5 \text{ m}.$$

此时滑块与 B 端的距离为 $x_2 = L - x_1 = 11 \text{ m}$ 。

滑块速度与传送带速度相等之后, 滑块受到的摩擦力沿传送带向上, 由于滑块受到的最大静摩擦力 $f_{\max} = \mu mg \cos \theta < mg \sin \theta$, 滑块沿传送带继续加速下滑, 该阶段滑块的受力如图 4(b) 所示, 由牛顿第二定律得 $mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_2$, 故滑块继续加速的加速度大小为 $a_1 = g \sin \theta - \mu g \cos \theta = 2 \text{ m/s}^2$ 。

$$\text{由运动学公式有 } x_2 = vt_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2.$$

解得 $t_2 = 1 \text{ s}$ 。

故滑块从 A 到 B 的时间 $t = t_1 + t_2 = 2 \text{ s}$ 。

【点评】在求解倾斜传送带问题时应认真分析物体与传送带的相对运动情况, 从而确定物体受到的摩擦力类型。若受到滑动摩擦力作用应进一步明确其大小和方向, 然后根据物体的受力情况确定物体的运动情况。这里同样需注意, 当物体速度与传送带速度相等时, 物体所受的摩擦力有可能发生突变。若 $\mu < \tan \theta$, 则有物体重力的下滑分力大于物体和传送带之间的最大静摩擦力, 那么此时物体所受摩擦力为沿斜面向上的滑动摩擦力, 具有沿传送带向下的加速度; 若 $\mu \geq \tan \theta$, 则有物体重力的下滑分力小于或等于物体和传送带之间的最大静摩擦力, 那么此时物体所受静摩擦力沿斜面向上, 大小等于重力的下滑分力, 物体将与传送带相对静止一起匀速运动。

3. 传送带的功能关系问题

【例 3】如图 5, 传送带与地面成夹角 $\theta = 37^\circ$, 以 $v = 2 \text{ m/s}$ 的速度顺时针转动, 在传送带底端轻轻地放一个质量 $m = 0.5 \text{ kg}$ 的物体, 它与传送带间的动摩擦因数 $\mu = 0.8$, 已知传送带的长度 $L = 9 \text{ m}$ (传送带与轮子间无相对滑动, 不计轮轴处的摩擦, $g = 10 \text{ m/s}^2$), 求:

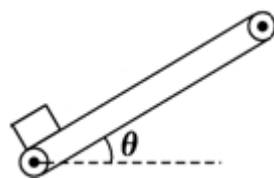


图 5

(1) 在物体从底端被传送到顶端过程中系统因摩擦而产生的内能;

(2) 电动机由于传送物体而多消耗的电能。

【解析】(1) 物体刚放上传送带时, 因 $v_{\text{物}} < v_{\text{传}}$, 此时物体受到向上的滑动摩擦力, 设物体的加速度大小为 a , 由牛顿第二定律有

$$\mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma \quad (1)$$

设物体加速到与传送带速度相等所需时间为 t , 则有

$$v = at \quad (2)$$

$$\text{物体在该过程中的位移 } x = \frac{v}{2} t \quad (3)$$

联立①~③代入数据解得 $x = 5 \text{ m} < L$ 。物体速度与传送带速度相等之后, 由于 $\mu > \tan \theta$, 此后物体与传送带一起匀速运动, 该过程中由于物体与传送带不发生相对滑动, 故不产生内能。在物体从底端被传送到顶端过程中系统因摩擦而产生的内能 Q 满足

$$Q = f_{\text{滑}} \cdot s_{\text{相对}} = \mu mg \cos \theta \cdot s_{\text{相对}} \quad (4)$$

$$\text{而 } s_{\text{相对}} = vt - x \quad (5)$$

联立①~⑤代入数据解得 $Q = 16 \text{ J}$ 。

(2)物体在从底端被传送到顶端过程中，动能的增量为 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，重力势能的增量为 $\Delta E_p = mgL \sin \theta$ ，系统因摩擦产生的内能为 $Q=16 \text{ J}$ 。

根据能量守恒定律可知，电动机多消耗的电能 $E = \Delta E_k + \Delta E_p + Q = \frac{1}{2}mv^2 + mgL \sin \theta + Q$ 。

将数据代入上式计算得 $E=44 \text{ J}$ 。

【点评】求传送带对物体所做的功、物体和传送带由于相对滑动而产生的热量、因放上物体而使电动机多消耗的电能等，常依据功能关系或能量守恒定律求解。解决此类问题应灵活运用如下关系：(1)系统的功能关系： $W_F = \Delta E_k + \Delta E_p + Q$ (W_F 、 ΔE_k 、 ΔE_p 和 Q 分别表示传送带做的功、物体增加的动能、物体增加的重力势能和系统因摩擦而产生内能)。(2)正确理解 W_F 和 Q ：①传送带做的功： $W_F = Fx_{\text{带}}$ ；传送带做功的功率： $P = Fv_{\text{带}}$ (F 可由传送带受力情况求得)。②系统产生的内能 $Q = f \cdot x_{\text{相对}}$ 。

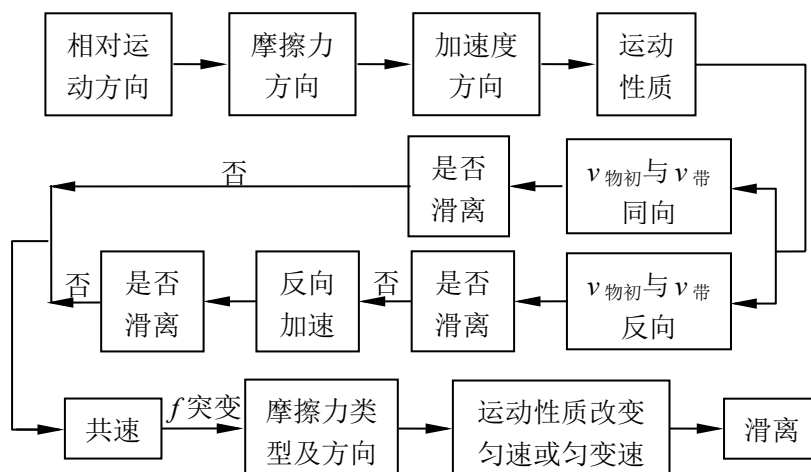
三、解法归纳

通过以上对传送带问题的分析，传送带问题有两个考查方向：

1. 从力与运动关系考查：由于物体运动涉及匀变速直线运动，故常考查运动过程中速度、位移、时间等物理量的变化情况，可借助牛顿运动定律及运动学公式共同解决。

2. 从能量关系考查：由于物体在运动过程中，摩擦力做功过程中存在着能量转化关系，故常考查运动过程中做功情况、能量转化情况，可借助动能定理、能的转化和守恒定律综合解决。

结合以上例题的分析，我们可以归纳出传送带问题中物体运动过程的分析流程如下：



总之，求解传送带问题，一定要全面掌握上面提到的几类传送带问题的分析方法，尤其要注意根据具体情况适时进行讨论，看一看有没有转折点、突变点，特别要注意分析物体与传送带速度相等之后由于摩擦力的变化而导致物体运动性质的转变，做好运动阶段的划分，建立起清晰的物理情景，找出过程之间的内在联系，然后灵活选用物理规律求解。